# 境界層



# 目次

- 境界層とは？
  - その定義
  - 境界層のなかで起きている現象
    - 典型的な境界層
  - 境界層過程が求める時間変化率とは？
  - 境界層のモデリング



## 境界層とは？
## 境界層の中で起きていること



# 境界層とは？

- 明確な定義はないが、地表面に近い大気
  - The layer of air directly above the Earth's surface in which the effects of the surface (friction, heating and cooling) are felt directly on time scales less than a day, and in which significant fluxes of momentum, heat or matter are carried by turbulent motions on a scale of the order of the depth of the boundary layer or less.
    (by Garrat)
  - つまり、地表面の摩擦、熱、水蒸気が影響する層
    - 境界層上端の雲も重要



# 境界層と自由大気

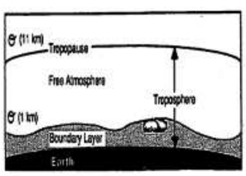



Fig. 1.1 The troposphere can be divided into two parts: a boundary layer (shaded) near the surface and the free atmosphere above it.

通常、地上から高度3kmくらいまでが境界層となる。
それより上は自由大気と呼ばれる。

境界層の高さをhとすると、地上から0.1hまでは接地境界層、それより上はエクマン層と呼ばれる。

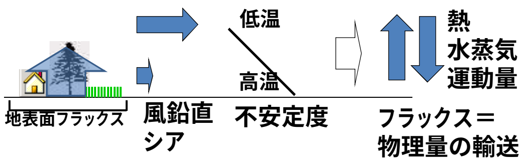


# 境界層で起きていること

- 地表面と大気との間での交換
  - 地面の摩擦によって風速が弱まる
    - 大気から地面に運動量が輸送される、と解釈
  - 顕熱が地面から大気に供給(顕熱フラックス)
  - 水蒸気が地面から大気に供給(潜熱フラックス)
    - 地面では水の状態のものが、大気に蒸発して供給される。
- これらが境界層内に輸送される。
- 運動量、熱、水蒸気の(鉛直)輸送(フラックス)による時間変化率を求めるのが境界層過程

# 境界層モデルの概念

境界層パラメタリゼーション：乱流輸送による時間変化




- 地表面フラックスを評価
  - 粗度長さ、接地境界層の安定度、最下層と地表面の物理量の差に依存
- 風の鉛直シア、不安定度などによりをフラックスを算出。
- フラックスに応じて物理量を鉛直方向に輸送。



# フラックス輸送による時間変化率

$$\Delta\chi S\Delta z = -[F_\chi(z+\Delta z) - F_\chi(z)]S\Delta t$$

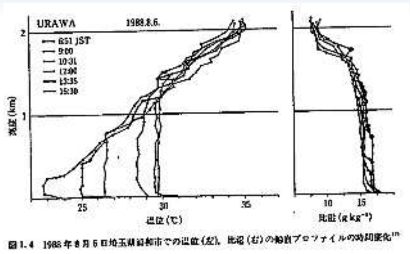
$$\therefore \frac{\partial\chi}{\partial t} = -\frac{\partial F_\chi}{\partial z}$$

$\Delta\chi$ : change of $\chi$ per volume
$\Delta z$: infinitesimal depth of a layer

X, Y 方向からの寄与も同様に計算できて、それを足し合わせたものが時間変化率となる



# 観測例



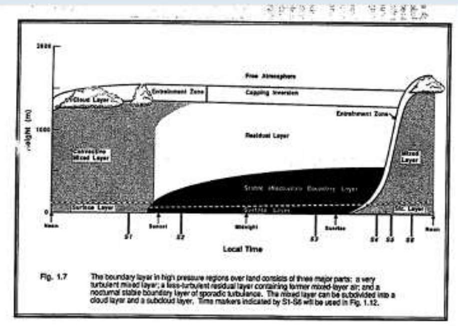

地面が加熱され、顕熱・潜熱フラックスが供給されるとともに鉛直一様な層が高くなっていく。

鉛直一様の層=混合層

近藤「人間環境の気象学」より



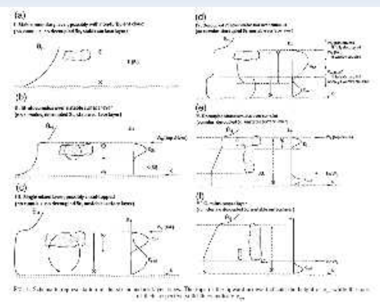
# 典型的な境界層の日変化




Stull より



# 典型的な境界層



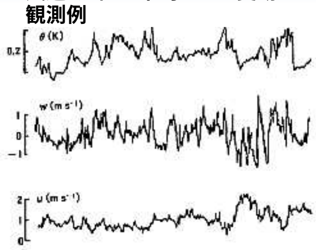
•混合層の上端にはよく層積雲が生成。
•層積雲上面では、放射冷却によって強い逆転層=温位で見ると大きなジャンプができる。

From Lock et.al (2000)



# なにが輸送をするのか？乱流＝大気は常に乱れている

風速・温位の平均からの変動の観測例




鉛直風(平均)は水平風(平均)よりはるかに小さいが、変動量は同じオーダー

竹内・近藤 より

## Reynolds 分解・Reynolds平均

- 平均値とその周囲の乱れに分解

$$u_i = \overline{u_i} + u_i'$$

$$\chi = \overline{\chi} + \chi'$$

  – 時間的・空間的平均操作:Reynolds 平均
  – 乱れのReynolds平均は0:
- $\chi$ のフラックス $\overline{u_i'\chi'}$ は $\overline{u'} = \overline{\chi'} = 0$

$$\overline{u_i \chi} = \overline{u_i}\;\overline{\chi} + \overline{u_i'\chi'}$$



## 乱れによる輸送 例:断熱の場合の温位の方程式

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u_i\frac{\partial\theta}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\theta u_i) \quad (\text{Assume } \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0)$$

Take RN Ave. $$\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{\theta u_i}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\boxed{\overline{\theta}\;\overline{u_i}} + \boxed{\overline{\theta' u_i'}}\right)$$

Explicit Flux = advection

Subgrid flux to be parameterized

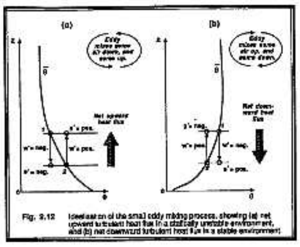


## 境界層近似

- 通常、 $u', v' \ll w'$
- 加えてたいていの大気モデルでは、 $\Delta x, \Delta y \gg \Delta z$
- したがって、 $\frac{\partial}{\partial x}\overline{\theta' u'}, \frac{\partial}{\partial y}\overline{\theta' v'} \ll \frac{\partial}{\partial z}\overline{\theta' w'}$
- 鉛直輸送が最も寄与。水平成分は無視。
- (注)上の議論はExplicit flux =移流には成立しない: $\overline{u}, \overline{v} \gg \overline{w}$



## $\overline{w'\theta'}$ の解釈

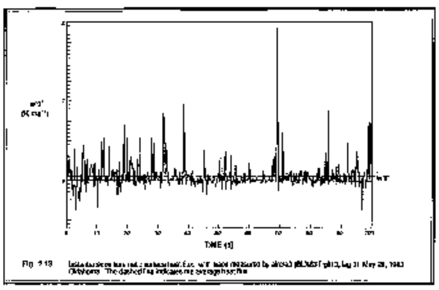


(a) 不安定成層のとき
w' > 0 で、parcel が断熱的に持ち上がると周りより暖かくなる: つまりΘ' > 0。
w' < 0 で、parcel が断熱的に下がると周りより冷たくなる: つまりΘ'<0。いずれの場合も w'Θ' > 0。

(b) 安定成層のとき
(a)と逆の議論で、w'Θ' < 0



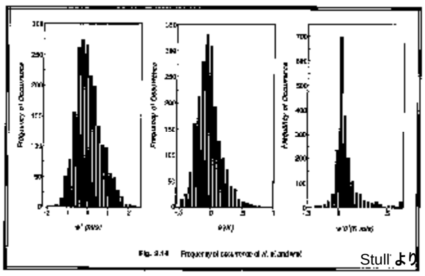
## $\overline{w'\theta'}$ の実際(1)



Stull より



## $\overline{w'\theta'}$ の実際(2)

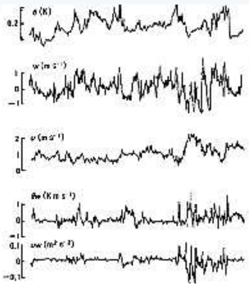


Stull より

w', Θ', w'Θ'の頻度分布

w' , Θ'の平均値が0でも w'Θ'の平均は0ではない。

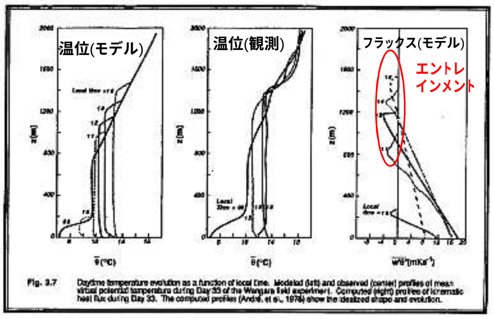
## $\overline{w'\theta'}$ の実際(3)



竹内・近藤より



## 境界層の発達とフラックス






## 境界層でよく使う保存物理量

- **液水温位** $\theta_\ell = \theta - \frac{L}{C_p \Pi} q_\ell$
- **総水量** $q_w = q_v + q_\ell$

$q_\ell$:凝結水混合比 $L$: 潜熱 $C_p$: 定圧比熱 $\Pi$: 無次元気圧 (Exner 関数)
$q_\ell = q_c + q_i$

- **これらの量は凝結を含めても保存**
- **凝結を含む過程では、** $\overline{w'\theta'}, \overline{w'q'_v}$ **の代わりに** $\overline{w'\theta'_\ell}, \overline{w'q'_w}$ **を考える。**
- **参考** Deardorff (1976)



## 境界層のモデリング



## クロージャー問題

- **用語**
  - **N次のモーメント: N個の揺らぎ量の積の平均**
  - **フラックスは2次のモーメント**
  - **場の平均量は1次のモーメントと定義する**



## 乱流の基礎方程式

- Navier-Stokes **方程式**

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} - g\delta_{i3} - 2\Omega\epsilon_{ijk}\eta_j u_k - \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$$

**気圧傾度力　重力　コリオリ力　分子粘性**

$u_i = \bar{u}_i + u'_i$ **(平均+乱流による揺らぎ)**

**に分解して代入し、平均操作をとると.....**

## 1次のモーメント量の方程式

以下、Einstein の縮約規則を利用

1次のモーメント=平均量の方程式

2次のモーメント量

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\boxed{\left(\overline{u_i' u_j'}\right)}}_{\text{この項が乱流による平均場への寄与}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - g\delta_{i3} - 2\Omega\epsilon_{ijk}\eta_j\overline{u_k} - \nu\frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j^2}$$

変動量に対する方程式

$$\frac{\partial u_i'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_j}u_i' + \overline{u_i}u_j' + u_i'u_j' - \overline{u_i'u_j'}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\rho'}{\rho^2}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}$$

(以降、コリオリ項、分子粘性項は省略)



## 2次のモーメント量の方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{u_i'u_k'} + \overline{u_j}\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i'u_k'} = -\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} - \overline{u_k'u_j'}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$$
$$-\frac{\partial}{\partial x_j}\boxed{\overline{u_i'u_j'u_k'}} + \frac{g}{\theta_v}\left(\overline{u_i'\theta_v'}\delta_{3k} + \overline{u_k'\theta_v'}\delta_{3i}\right)$$
$$+\boxed{\frac{1}{\rho}\left(\overline{p'\frac{\partial u_k'}{\partial x_i} + p'\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}}\right)}$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial x_i}\boxed{\overline{p'u_k'}} + \frac{\partial}{\partial x_k}\boxed{\overline{p'u_i'}}\right) - \epsilon$$

2次のモーメントの方程式には、3次のモーメントが現れてしまう。より高次の相関量が必要になる。＝closure 問題



## フラックスのモデリング

- もっとも古典的で簡単なもの:down gradient

$$\overline{w'\chi'} = -K\frac{\partial \overline{\chi}}{\partial z}$$

2次のモーメントを1次モーメントで表現
＝1次クロージャーモデル

  – つまり、多いところから少ないところへ移動。
  – 時間変化率の方程式に代入すると、

$$\frac{\partial \overline{\chi}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\overline{w'\chi'} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial \overline{\chi}}{\partial z}\right)$$

これは拡散方程式。
時間がたつにつれ、
場はほぼ一定になる

  – 拡散係数を求めることが仕事
    - 通常、運動量、スカラー(熱･水蒸気)の2種類の拡散係数を計算



## 地表付近では風は等圧線に沿わず低圧部側に横切る

- 地衡風:気圧傾度力とコリオリ力が釣り合う
  – ある程度の高度以上では等圧線に沿って、風は吹く
- 地表付近では、等圧線を横切って、低圧部に向かって吹きこむ
- この down gradient のモデリングで理解が可能



## エクマンスパイラル(1)

$$\cancel{\frac{D\overline{u}}{Dt}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + f\overline{v} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{u'w'},$$
$$\cancel{\frac{D\overline{v}}{Dt}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial y} - f\overline{u} - \frac{\partial}{\partial z}\overline{v'w'}$$

- 仮定
  – 定常状態(時間微分は0)
  – 非線形項(=移流項)はコリオリ項に比べて小さい
  – 境界層近似
  – 地衡風の関係が常に成立 $\quad fv_g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x}, \quad fu_g = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial y}$
  – フラックスはdown gradient, $\quad \overline{u_i'w'} = -K\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial z}$



## エクマンスパイラル(2)

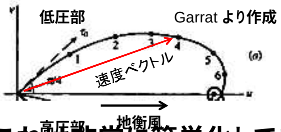
- 複素数表示を使って、まとめると

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = i\frac{f}{K}(V - V_g)$$
$$V = \overline{u} + i\overline{v}, \quad V_g = u_g + iv_g$$

- 地衡風の方向をx軸に取る(vg=0)と、この解は

$$u = u_g[1 - e^{-z/h}\cos(z/h)],$$
$$v = \mathrm{sgn}(f)u_g e^{-z/h}\sin(z/h), \qquad h = \sqrt{\frac{2K}{f}}$$

## エクマンスパイラル(3)




- これは非常に簡単化してあるので、このようなスパイラルを描いているとは限らない
- しかし、低圧部に向かって吹きこむことは定性的に理解できる。



## 非勾配項(1)

- Down gradient 項だけでは一様層は実現できない
  - Down gradient では、輸送に勾配が必要
    - 注:いくら拡散係数が大きくても勾配がなければフラックスは0．拡散係数の大小はスキームの組み立てには重要だが、場への時間変化には本質的ではない。
  - 混合層では、地表面からフラックスが入ってくる。これを上空に輸送しないと地表面に熱、水蒸気がたまってしまう。
  - これを輸送するためには、勾配を残すことが必要



## 非勾配項(2)

- Down gradient に加え、non-gradient termを加える。

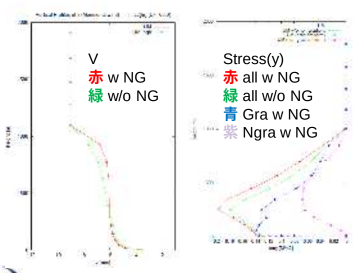
$$\overline{w'\chi'} = -K\frac{\partial \chi}{\partial z} + \Gamma_\chi$$

- ほぼ一様な混合層では、non-gradient termが大きく寄与。



## Non-gradient Flux による効果

1次元モデルによるnon-gradient fluxの効果の比較




•NGありの方がより一様な層を実現
•Stress はNGあり/なしで大きく変わらない。しかし、同じStressを実現するために、ある程度の勾配が残っている必要がある。
•より一様な層が観測などとより一致している。



## さまざまな境界層(乱流)モデル

- KPタイプ
  - 1次クロージャーで拡散係数･非勾配項を直接パラメタライズしようとする。
    - UK Met Office の境界層スキーム(Lock et. al 2000)
- TKEタイプ
  - 乱流エネルギー(TKE)と拡散係数の間の関係

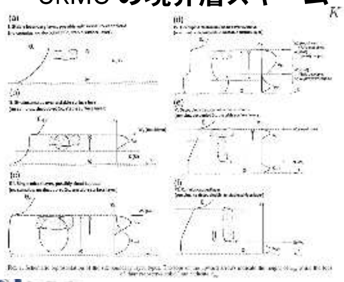
$$K = cE^{1/2}\ell$$

  - 乱流エネルギーをその輸送方程式から予報/診断する。



## KPタイプ

- UKMO の境界層スキーム



$$K = \max[K_{local}(Ri), K_{surf}(z, z_{PBL}, u_*, w_*) + K_{top}(z, z_{dbase}, z_{dtop}, u_*, \Delta F)]$$

各鉛直カラムの安定･不安定は地表面の浮力フラックスで決定する

From Lock et.al (2000)

## UKMOの境界層スキーム

$$K = \max[K_\chi^{\mathrm{local}}(Ri), K_\chi^{\mathrm{surf}} + K_\chi^{\mathrm{top}}]$$

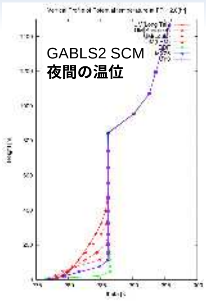
- 前者がlocal, 後者が non-local と呼ばれる。
  - $K^{surf}$ , $K^{top}$ はそれぞれ surface driven, cloud top driven term と呼ばれる。
  - Non-local は不安定層で寄与
- Local scheme
  - fm, fh: 安定度関数
    - 安定層でのフラックスの振る舞いを支配
    - 複数のオプションあり

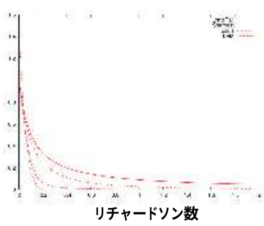
$$K_m = \ell_m^2 \left|\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z}\right| f_m(Ri),$$

$$K_h = \ell_m \ell_h \left|\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z}\right| f_h(Ri)$$

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA 37

## 安定層の安定度関数への依存性




強安定で大きなfmであるほど、下向きフラックスが大きくなって、安定境界層が高くなる

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA 38

## Non-local scheme

$$K_m^{\mathrm{surf}} = k z_{\mathrm{h}} w_{\mathrm{m}} \frac{z}{z_{\mathrm{h}}} \left(1 - \frac{z}{z_{\mathrm{h}}}\right)^2$$

$$w_m^3 = u_*^3 + w_s^3$$

$$w_s^3 = \begin{cases} 2.5 \dfrac{z}{z_{\mathrm{h}}} w_*^3 & (z < 0.1 z_{\mathrm{h}}) \\ 0.25 w_*^3 & (z \geq 0.1 z_{\mathrm{h}}) \end{cases}$$

$$w_*^3 = z_{\mathrm{h}} \overline{w' b_S}$$

$z_{\mathrm{h}}$: 混合層の高さ

$w_*$: convective velocity scale for a cloud-free convective boundary layer

$u_*$: 摩擦速度

•Local scheme では、局所的な安定度だけで拡散係数を決めていたが、渦は局所的なものだけでなく、もっと大きなものがある。
•Non-local scheme では、混合層の高さ、w*, u* といったその点に局所的ではない量を用いてparameterizeする。
•$K^{top}$も同様。混合層の高さの代わりに雲の厚さ、地上からの高さの代わりに雲底からの高さを用いる。$w_m$の代わりに雲頂での放射フラックスの発散、浮力を考慮した複雑な速度スケールを用いる
•混合層の上端では、エントレインメント率をパラメタライズ(これもnon-local)し、これを使ってフラックスを決めている。

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA 39

## TKEタイプ

- 基本となる関係式:

$$K = CE^{1/2}\ell$$

$$E = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad \mathrm{(TKE)}$$

  - l: 混合長 (乱流のスケール、別途診断)
  - 定数(1次クロージャー) or 変数(MYモデル)
- KPタイプに比べてシンプルであるが、以下にTKEを求めるかがキーポイント

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA 40

## 乱流エネルギーの方程式

$$\frac{DE}{Dt} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{g}{\theta_{\mathrm{v}}}\overline{w'\theta_{\mathrm{v}}'} + \mathrm{dif}.E - \varepsilon$$

風速シアによる生成　浮力による生成 (浮力フラックス)　拡散項　散逸

散逸項: $\epsilon \propto \dfrac{E^{\frac{3}{2}}}{\ell}$ Komogorov の局所等方性の仮定

圧力輸送項は拡散項とパラメトライズ

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## 浮力フラックス

- 乱流エネルギーの主要な生成源
- 凝結水フラックスが大きく寄与
  - 凝結する際に潜熱を出して浮力を生む

$$\overline{w'\theta_v'} = (1 + c_v q_w - (1 + c_v)q_l)\overline{w'\theta_l'} + c_v \theta \overline{w' q_w'} + \left[\frac{\theta}{T}\frac{L}{C_p}(1 + c_v q_w - (1 + c_v)q_l) - (1 + c_v)\theta\right]\overline{w' q_l'}.$$

  - 未飽和の場合 $\overline{w'\theta_v'} = (1 + c_v q_w)\overline{w'\theta_l'} + c_v \theta \overline{w' q_w'} = (1 + c_v q_v)\overline{w'\theta'} + c_v \theta \overline{w' q_v'}$
  - 飽和している場合 $\overline{w' q_l'} = a\overline{w' q_w'} - b\overline{w'\theta_l'},$

$$a = \left(1 + \frac{L}{C_p} q_{sl,T}\right)^{-1}, \quad b = a\frac{T}{\theta} q_{s,T}$$

  - 部分的に凝結していることを考慮して $\overline{w' q_l'}$ を決める＝部分凝結スキーム(Sommeria and Deardorff (1977))

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA 42

## TKEタイプの例 Deardorff

- Deardorff (1980)
  - クロージャー関係は1次。Down gradient
  - TKEを予報
  - もともとはLES(超高解像度モデル)のために開発されたもの
  - 2007年5月までのMSMで利用
  - cが定数であることが難点
    - MSMでは、cをチューニングパラメータとして、混合層の中では0.2, 外では0.1という設定も使っていた。



## Mellor-Yamada モデル TKEタイプの一例

- Mellor-Yamada model
  - 2次のクロージャーモデル(3次モーメントを2次以下のモーメントを使って表現)
  - 近似の度合いによってレベル4—レベル1
    - レベル4: フルモデル。すべての2次モーメントを予報
    - レベル3: TKE, $\overline{\theta_l'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_l' q_w'}$ を予報、その他は診断
    - レベル2.5: TKE その他は診断
    - レベル2: すべて診断 (GSMで利用)



## Mellor-Yamada モデル

- 2次のクロージャーモデルであるが、境界層近似のもとで解いたフラックス(2次のモーメント)は、down gradient に帰着する。

$$\overline{u'w'} = -q\ell S_M \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$
$$\overline{v'w'} = -q\ell S_M \frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$$
$$\overline{\theta_l'w'} = -q\ell S_H \frac{\partial \overline{\theta_l}}{\partial z}$$
$$\overline{q_w'w'} = -q\ell S_H \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z}$$
$$q^2 = 2E$$

$$K_m = S_M q\ell,\quad K_h = S_H q\ell$$

$$R_f = \frac{\frac{g}{\theta_v}\overline{w'\theta_v'}}{\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}} = \frac{\text{浮力による TKE 生成項}}{\text{風速シアによる TKE 生成項}}$$

•レベル2では、生成項と散逸項が釣り合うと仮定
- $S_M$, $S_H$はフラックスリチャードソン数の関数としてあらわされる。
- フラックスリチャードソン数はリチャードソン数同様、局所的な安定度の指数
- 定式はlocalスキームであるが、変化する$S_M$, $S_H$によって特にレベル2.5以上ではノンローカルと同様の効果



## 鉛直拡散による 時間変化率の計算

- フラックスを求めることができれば、

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = -\frac{\partial F_\chi}{\partial z}$$

から時間変化率を求めることができる。
- しかし、単純にフラックスを鉛直差分したものを時間変化率とすると計算不安定となることが多い。



## 鉛直拡散による 時間変化率の評価

- 簡単のため、他の過程からの時間変化率は無視して、鉛直フラックスの寄与だけ考える。
- それは、次の拡散方程式を解くのと同じ

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial \chi}{\partial z}\right)$$

- しかし、拡散方程式を解くには、工夫が必要



## 拡散方程式の時間離散化 Explicit

- Explicit: 右辺をtimestep n の値で評価

$$\delta\chi_k = \chi_k^{n+1} - \chi_k^n$$
$$= \frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(-F_{k+1/2}^n + F_{k-1/2}^n\right)$$
$$= \frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(K_{k+1/2}\frac{\chi_{k+1}^n - \chi_k^n}{\Delta z_{k+1/2}} - K_{k-1/2}\frac{\chi_k^n - \chi_{k-1}^n}{\Delta z_{k-1/2}}\right)$$

$$F_{k+1/2}^n = -K_{k+1/2}\frac{\chi_{k+1}^n - \chi_k^n}{\Delta z_{k+1/2}}$$

- しかし、この時間変化率を使って積分すると計算不安定に陥ることも。

# 拡散方程式の時間離散化 Implicit

- Implicit: 右辺をtimestep n+1の値で評価

$$\delta\chi_k = \chi_k^{n+1} - \chi_k^n = \frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(-F^{n+1}_{k+1/2} + F^{n+1}_{k-1/2}\right) = \frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(-F^n_{k+1/2} + F^n_{k-1/2} + K_{k+1/2}\frac{\delta\chi_{k+1}-\delta\chi_k}{\Delta z_{k+1/2}} - K_{k-1/2}\frac{\delta\chi_k - \delta\chi_{k-1}}{\Delta z_{k-1/2}}\right)$$

$$F^{n+1}_{k+1/2} = -K_{k+1/2}\frac{\chi^{n+1}_{k+1}-\chi^{n+1}_k}{\Delta z_{k+1/2}} = F^n_{k+1/2} - K_{k+1/2}\frac{\delta\chi_{k+1}-\delta\chi_k}{\Delta z_{k+1/2}}$$

δχについて整理すると

$$-\frac{K_{k+1/2}\Delta t}{\Delta z_k \Delta z_{k+1/2}}\delta\chi_{k+1} + \left[1+\frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(\frac{K_{k+1/2}}{\Delta z_{k+1/2}}+\frac{K_{k-1/2}}{\Delta z_{k-1/2}}\right)\right]\delta\chi_k - \frac{K_{k-1/2}\Delta t}{\Delta z_k \Delta z_{k-1/2}}\delta\chi_{k-1} = \frac{\Delta t}{\Delta z_k}\left(-F^n_{k+1/2}+F^n_{k-1/2}\right)$$

これはδχについての三重対角方程式
これを解けば時間変化率δχが求まる。



# Implicit 解法を使う際の注意

- 境界層過程で評価するものはフラックスであり、フラックスがわかればexplicitに解く場合はフラックスだけで時間変化率が求まる。
- しかし、implicit に解く場合は、フラックスだけでなく、未知変数の係数となる拡散係数(交換係数)も必要であることに注意。



# Large Eddy Simulation

- 水平解像度数kmでは鉛直フラックス(鉛直流)は陽には表現されない。
  - MYは大小含めたすべての鉛直輸送を表現しようとしている
- 水平解像度1km程度以下なら、それなりに鉛直輸送を解像するようになる
- LESでは乱流(渦)を陽に解像する大きいものとパラメトライズする小さなものに分ける
- Deardorff スキームはLESの小さな渦を表現しようとしたもの。
- 超高解像度が必要であり、現業モデルで使うことはまだまだであるが、現象の解明、パラメタリゼーションの糸口をつかむ、鉛直1次元モデルのリファレンスとしても使われる。